

## Моделирование изменений в динамике течения крови через имплантируемый осевой насос

### Аннотация

В данной статье моделируются изменения в динамике течения крови через насос с помощью математической модели имплантируемого осевого насоса крови. Для описания этих изменений используются индексы, полученные на основе производных математической модели насоса. Анализ динамики индексов при изменении скорости насоса позволил определить режимы работы насоса: режим обратного тока крови через насос, режим частичной разгрузки желудочка, режим полной разгрузки желудочка, режимы частичного и полного коллапса стенки желудочка.

### Введение

Для анализа работы имплантируемого осевого насоса крови используются различные математические модели. Как правило, основная задача этих моделей заключается в оценке расхода при разнообразных условиях и состояниях сердечно-сосудистой системы. Так, в работе [1] предложено уравнение для оценки среднего расхода насоса в стационарных условиях с учетом вязкости крови. В работе [2] в модель насоса вводится член  $LdQ/dt$ , позволяющий учесть инерционные эффекты крови в насосе и оценить производительность насоса в динамических условиях.

В данной статье рассматривается математическая модель имплантируемого осевого насоса крови, определяющая его расход с учетом инерционных и вязкостных свойств крови. На основе этой модели получены производные, позволяющие оценить динамику течения крови через насос. Анализ изменений в динамике течения крови позволил определить следующие режимы работы насоса: режим обратного тока крови через насос, режим частичной разгрузки желудочка (аортальный клапан периодически открывается), режим полной разгрузки желудочка (аортальный клапан полностью закрыт), режимы частичного и полного коллапса стенки желудочка [3].

### Методы

В качестве основы для математической модели насоса использовались расходные характеристики осевого насоса крови «HeartMate II», полученные в стационарных условиях [4]. Методом нелинейной регрессии была подобрана полиномиальная функция третьего порядка, позволяющая воспроизвести требуемые расходные характеристики при различных скоростях насоса. Полученное уравнение было дополнено членом  $LdQ/dt$ , позволяющим учесть влияние инерционности крови на работу насоса [2]. Влияние вязкости крови ( $\mu$ ) на наклон расходной характеристики оценивалось согласно работе [5]. Для этого каждый из коэффициентов модели  $a, b, c, d, e, f$  и  $g$  был представлен с помощью линейной функции следующего вида:  $y(\mu) = k\mu + b$ . Новые значения коэффициентов также были подобраны методом нелинейной регрессии. Таким образом, по-

лученное уравнение позволяет не только воспроизвести расходные характеристики насоса «HeartMate II», но и оценить изменение в наклоне расходной характеристики при различных значениях параметра вязкости крови  $\mu$ .

Окончательное уравнение для оценки расхода осевого насоса крови имеет вид

$$L \cdot \frac{dQ}{dt} = a \cdot Q + b \cdot Q^2 + c \cdot Q^3 + d \cdot \omega^2 + e \cdot Q \cdot \omega^2 + f \cdot Q^2 \cdot \omega + g - H,$$

где  $L$  – параметр, характеризующий инерционность крови в насосе и равный  $0,1 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин}^2 \cdot \text{л}^{-1}$ ;  $Q$  – расход насоса, л/мин;  $\omega$  – скорость насоса,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $H$  – перепад давлений на насосе, мм рт. ст. Значения коэффициентов  $a, b, c, d, e, f$  и  $g$  приводятся в *табл. 1*.

Для оценки динамики течения крови из данной модели были получены производные второго и третьего порядков. Обнаружено, что каждая из полученных производных характеризуется определенной динамикой за время одного сердечного цикла. В то же время изменение скорости насоса может приводить к изменению этой динамики. Для оценки таких изменений были введены индексы.

Анализ поведения индексов при вариации скорости насоса позволил установить соответствие между изменениями в динамике некоторых производных и режимами работы насоса. Так, индекс  $S_{BF}$  позволил определить режим обратного тока крови через насос,  $S_{AV1}$  и  $S_{AV2}$  – режимы частичной и полной разгрузки желудочка,  $S_{SUC1}$  и  $S_{SUC2}$  – режимы частичного и полного коллапса стенки желудочка. Список используемых индексов и соответствующих производных приведен в *табл. 2*. Обозначения  $\min$  и  $\max$  представляют собой минимальное и максимальное значения производной соответственно за время одного сердечного цикла.

Все результаты получены на математической модели сердечно-сосудистой системы [6] для случая дилатационной кардиомиопатии при подключении насоса по схеме левый желудочек – аорта и частоте сердечных сокращений (ЧСС) 80 уд/мин. Исходное значение объема левого желудочка (ЛЖ), соответству-

Таблица 1

Коэффициенты модели насоса

$a = a_1 + a_2\mu$	$b = b_1 + b_2\mu$
$a_1 = -6,2332 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-1}$ $a_2 = -0,0254 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-1} \cdot \text{сП}^{-1}$	$b_1 = 0,5339 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-2}$ $b_2 = -0,0239 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-2} \cdot \text{сП}^{-1}$
$c = c_1 + c_2\mu$	$d = d_1 + d_2\mu$
$c_1 = -0,1594 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-3}$ $c_2 = -0,0147 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{л}^{-3} \cdot \text{сП}^{-1}$	$d_1 = 1,0778 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин}^2$ $d_2 = 0,0495 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин}^2 \cdot \text{сП}^{-1}$
$e = e_1 + e_2\mu$	$f = f_1 + f_2\mu$
$e_1 = -0,0788 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин}^2 \cdot \text{л}^{-1}$ $e_2 = -0,0133 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин}^2 \cdot \text{л}^{-1} \cdot \text{сП}^{-1}$	$f_1 = 0,1568 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин} \cdot \text{л}^{-2}$ $f_2 = 0,0263 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{мин} \cdot \text{л}^{-2} \cdot \text{сП}^{-1}$
$g = g_1 + g_2\mu$	
$g_1 = -0,6583 \text{ мм рт. ст.}$	$g_2 = -0,6671 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{сП}^{-1}$

ющее нулевому давлению в желудочке, составляло 120 мл. Сократительная способность ЛЖ варьировалась от -10 до +10 % относительно исходного значения (параметр  $C_v = 0,5$  в модели сердца).

### Результаты

На рис. 1 представлено изменение минимальной величины потока через насос ( $Q_{pump[min]}$ ), потока через аортальный клапан ( $Q_{av}$ ), конечно-систолического объема ЛЖ ( $V_{lv}$ ) и давления заклинивания в легочных капиллярах (ДЗЛК) при вариации скорости насоса.

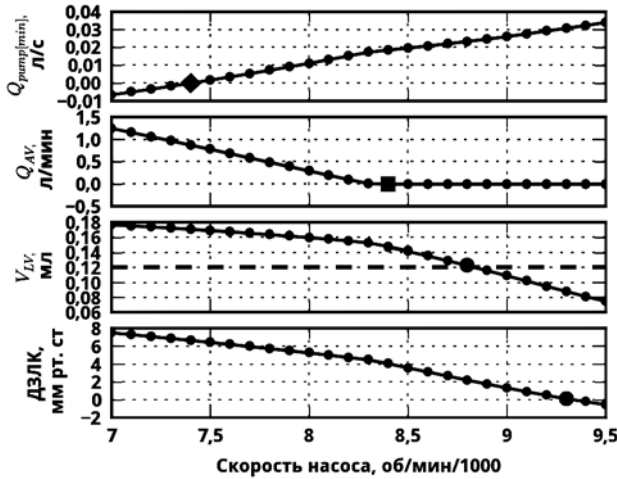


Рис. 1. Зависимость минимальной величины потока через насос ( $Q_{pump[min]}$ ), потока через аортальный клапан ( $Q_{av}$ ), конечно-систолического объема левого желудочка ( $V_{lv}$ ) и ДЗЛК от скорости насоса

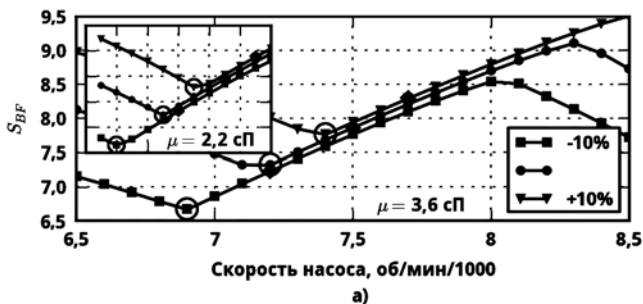


Рис. 2. Зависимость  $S_{BF}$  от скорости насоса при вариации сократительной способности левого желудочка сердца (а), частоты сердечных сокращений (б) и двух величинах вязкости крови  $\mu$

Из зависимости  $Q_{pump[min]}$  от скорости насоса видно, что отрицательный поток через насос, соответствующий режиму обратного течения крови, становится меньше с увеличением его скорости. Момент полного отсутствия отрицательного потока отмечен ромбовидным маркером, обозначая переход к режиму частичной разгрузки желудочка.

Увеличение скорости насоса приводит к уменьшению потока через аортальный клапан (АК), что продемонстрировано на зависимости  $Q_{av}$  от скорости насоса. Момент уменьшения  $Q_{av}$  до нуля (АК полностью закрыт) отмечен квадратным маркером, обозначая переход к режиму полной разгрузки желудочка.

Дальнейшее увеличение скорости приводит к падению конечно-систолического объема ЛЖ ниже исходного значения, что показано на зависимости  $V_{lv}$  от скорости насоса. Исходное значение объема, соответствующее нулевому давлению в желудочке, обозначено пунктирной линией. Данный момент отмечен черным круглым маркером и соответствует переходу в режим частичного коллапса стенки ЛЖ.

Момент перехода из режима частичного коллапса в режим полного коллапса стенки ЛЖ обозначен большим черным круглым маркером на зависимости ДЗЛК от скорости насоса.

### Определение режима обратного тока крови через насос

На рис. 2 представлена зависимость  $S_{BF}$  от скорости насоса. Черным ромбовидным маркером обозначен момент прекращения обратного тока крови через насос, определенный из зависимости  $Q_{pump[min]}$  от скорости насоса. Таким образом, уменьшению индекса  $S_{BF}$  при увеличении скорости соответствует режим обратного тока крови через насос. Изменение в динамике  $S_{BF}$  при возрастании скорости отмечено кольцеобразным маркером и обозначает переход в режим частичной разгрузки желудочка. При этом имеет место незначительный отрицатель-

### Используемые производные и индексы для определения режимов работы насоса

Производная	Индекс
$\frac{d^2Q}{dt^2} = (a + 2 \cdot b \cdot Q + 3 \cdot c \cdot Q^2 + e \cdot \omega^2 + 2 \cdot f \cdot Q \cdot \omega) / L$	$S_{BF} = \max \frac{d^2Q}{dt^2} - \min \frac{d^2Q}{dt^2}$
$\frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\mu} = \left( \begin{matrix} a_2 \cdot Q + b_2 \cdot Q^2 + c_2 \cdot Q^3 + d_2 \cdot \omega^2 \\ + e_2 \cdot Q \cdot \omega^2 + f_2 \cdot Q^2 \cdot \omega + g_2 \end{matrix} \right) / L$	$S_{AV1} = -2 \cdot \min \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\mu} / \left( \max \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\mu} - \min \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\mu} \right)$
$\frac{d^2Q}{dt^2} \cdot \frac{dQ}{d\omega} = (2 \cdot e \cdot \omega + 2 \cdot f \cdot Q) / L$	$S_{AV2} = \max \frac{d^2Q}{dt^2} \cdot \frac{dQ}{d\omega} / \left( \max \frac{d^2Q}{dt^2} \cdot \frac{dQ}{d\omega} - \min \frac{d^2Q}{dt^2} \cdot \frac{dQ}{d\omega} \right)$
$\frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\omega} = (2 \cdot d \cdot \omega + 2 \cdot e \cdot \omega \cdot Q + f \cdot Q^2) / L$	$S_{SUC1} = \max \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\omega} - \min \frac{dQ}{dt} \cdot \frac{dQ}{d\omega}$
$\frac{dQ}{dt} = \left( \begin{matrix} a \cdot Q + b \cdot Q^2 + c \cdot Q^3 + d \cdot \omega^2 + \\ e \cdot Q \cdot \omega^2 + f \cdot Q^2 \cdot \omega + g - H \end{matrix} \right) / L$	$S_{SUC2} = -2 \cdot \min \frac{dQ}{dt} / \left( \max \frac{dQ}{dt} - \min \frac{dQ}{dt} \right)$

Таблица 2

ный поток (менее  $-0,01$  л/с) в диастолическую фазу. Отрицательный поток полностью отсутствует при повышении скорости насоса на 200 об/мин для случая  $\mu = 3,6$  сП, что отмечено черным ромбовидным маркером. Тем не менее  $S_{BF}$  можно считать хорошим приближением для определения момента перехода от режима обратного течения через насос к режиму частичной разгрузки желудочка.

### Определение режима частичной и полной разгрузки желудочка сердца

На рис. 3 представлена зависимость  $S_{AV1}$  и  $S_{AV2}$  от скорости насоса. Черным квадратным маркером обозначен момент закрытия аортального клапана, определенный из зависимости  $Q_{av}$  от скорости насоса. Таким образом, увеличению обоих индексов при возрастании скорости соответствует режим частичной разгрузки желудочка. Изменение в динамике  $S_{AV2}$ , отмеченное кольцеобразным маркером, означает, что АК полностью закрыт и насос переходит в режим полной разгрузки желудочка. Изменение в динамике  $S_{AV1}$  определяет переход к

режиму полной разгрузки раньше  $S_{AV2}$ , пренебрегая незначительным (менее 0,1 л/мин) потоком через АК.

Следует отметить, что изменения параметра вязкости, ЧСС и сократительной способности ЛЖ никак не повлияли на точность определения перехода в режим полной разгрузки желудочка.

### Определение режимов частичного и полного коллапса стенки желудочка

На рис. 4 представлена зависимость  $S_{SUC1}$  и  $S_{SUC2}$  от скорости насоса. Режимы частичного и полного коллапса желудочка обозначаются двумя черными круглыми маркерами: первому соответствует момент периодического возникновения отрицательных давлений в ЛЖ (определен из зависимости  $V_h$  от скорости насоса), второму – момент падения ДЗЛК ниже нуля (определен из зависимости ДЗЛК от скорости насоса).

Таким образом, изменение в динамике индекса  $S_{SUC1}$ , отмеченное кольцеобразным маркером, позволяет определить момент возникновения частичного коллапса стенки ЛЖ при

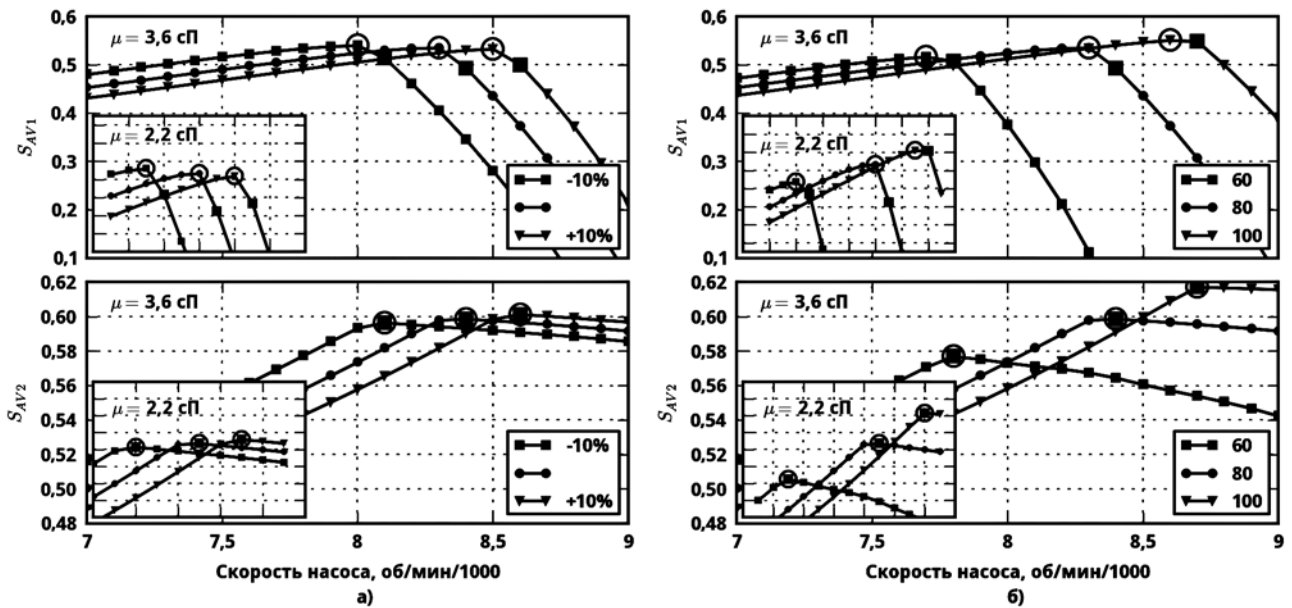


Рис. 3. Зависимость  $S_{AV1}$  и  $S_{AV2}$  от скорости насоса при вариации сократительной способности левого желудочка сердца (а), частоты сердечных сокращений (б) и двух величинах вязкости крови  $\mu$

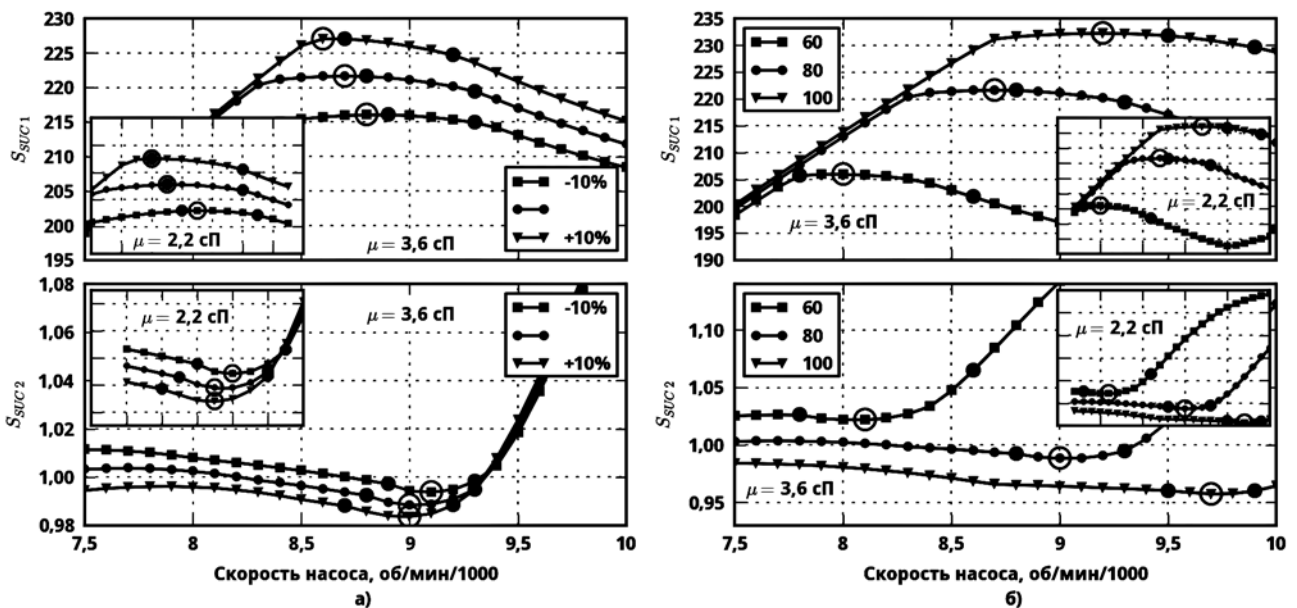


Рис. 4. Зависимость  $S_{SUC1}$  и  $S_{SUC2}$  от скорости насоса при вариации сократительной способности левого желудочка сердца (а), частоты сердечных сокращений (б) и двух величинах вязкости крови  $\mu$

вариации сократительной способности. В то же время при вариации ЧСС изменение в динамике  $S_{SUC1}$  не позволяет точно определить момент наступления ожидаемого состояния: так, при 100 уд/мин изменение в динамике  $S_{SUC1}$  фиксируется раньше.

Изменение в динамике индекса  $S_{SUC2}$ , характеризующееся его возрастанием при увеличении скорости насоса и отмеченное кольцеобразным маркером, соответствует промежуточному состоянию между режимами частичного и полного коллапса желудочка. При этом в ЛЖ периодически возникают отрицательные давления из-за уменьшения его объема, но ДЗЛК остается положительным. Указанное поведение индекса сохраняется при вариации сократительной способности ЛЖ, ЧСС и вязкости крови.

### Заключение

В рассматриваемой работе моделируются изменения в динамике течения крови через насос с помощью математической модели имплантируемого осевого насоса крови. Для описания данных изменений были введены индексы, полученные на основе производных математической модели насоса. Анализ изменения индексов при вариации скорости насоса позволил определить режимы работы насоса: режим обратного тока крови через насос, режим частичной разгрузки желудочка, режим полной разгрузки желудочка, режимы частичного и полного коллапса стенки желудочка.

Полученные индексы проверены при различных величинах сократительной способности ЛЖ, частоты сердечных сокращений и вязкости крови. Показано, что каждый из возможных режимов насоса характеризуется определенной динамикой индекса, т. е. по возрастанию или убыванию индекса при изменении скорости насоса можно судить о том, в каком режиме функционирует насос. Изменение в этой динамике характеризуется так называемой точкой перегиба, определенной из зависимости индекса от скорости насоса и отмеченной кольцеобразным маркером, которая позволяет определить момент перехода из одного режима работы в другой.

Данный подход к определению режимов работы осевого насоса крови предполагается использовать при разработке системы косвенных измерений параметров системы кровообращения и насоса крови, аналогичной описанной в [7].

**Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (ФЦП «Исследования и разра-**

**ботки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы»).** Соглашение № 14.578.21.0057 от 23 сентября 2014 г.

### Список литературы:

1. *Malagutti N., Karantonis D.M., Cloherty S.L. et al.* Noninvasive Average Flow Estimation for an Implantable Rotary Blood Pump: A New Algorithm Incorporating the Role of Blood Viscosity // *Artificial Organs.* 2007. Vol. 31. № 1. PP. 45-52.
2. *Moscato F., Danieli G.A., Schima H.* Dynamic modeling and identification of an axial flow ventricular assist device // *The International Journal of Artificial Organs.* 2009. Vol. 32. № 6. PP. 336-343.
3. *Karantonis D.M., Lovell N.H., Ayre P.J. et al.* Identification and Classification of Physiologically Significant Pumping States in an Implantable Rotary Blood Pump // *Artificial Organs.* 2006. Vol. 30. № 9. PP. 671-679.
4. *Pennings K.A., Martina J.R., Rodermans B.F. et al.* Pump Flow Estimation From Pressure Head and Power Uptake for the HeartAssist5, HeartMate II, and HeartWare VADs // *ASAIO Journal.* 2013. Vol. 59. № 4. PP. 420-426.
5. *Stanfield J., Selzman C.* Pressure Sensitivity of Axial-Flow and Centrifugal-Flow Left Ventricular Assist Devices // *Cardiovascular Engineering and Technology.* 2012. Vol. 3. № 4. PP. 413-423.
6. *Martina J.R., Bovendeerd P.H., de Jonge N. et al.* Simulation of Changes in Myocardial Tissue Properties During Left Ventricular Assistance With a Rotary Blood Pump // *Artificial Organs.* 2013. Vol. 37. № 6. PP. 531-540.
7. *Дозоров К.Н., Иткин Г.П., Адашкин А.В.* Система косвенных измерений для задач управления роторными насосами крови // *Медицинская техника.* 2010. № 6. С. 16-19.

*Дмитрий Сергеевич Петухов,*  
аспирант,

*Дмитрий Викторович Тельшиев,*  
канд. техн. наук, доцент, ст. научный сотрудник,  
кафедра биомедицинских систем,  
Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,  
г. Москва, г. Зеленоград,  
e-mail: dmitry.spetukhov@gmail.com

### Международное научно-техническое общество приборостроителей и метрологов (МНТО ПМ) – издатель журнала «ПРИБОРЫ»

Международное научно-техническое общество приборостроителей и метрологов издает отраслевой научно-технический и производственный журнал «ПРИБОРЫ», отражающий состояние современного российского рынка приборостроительной продукции, интересы предприятий и потребителей, результаты деятельности разработчиков новых изделий и систем автоматизации, аналитические обзоры состояния этой сферы науки, техники и производства. Журнал ориентирован на широкий круг специалистов промышленности, предпринимателей, работников фирм и вузов, заинтересованных в систематическом получении актуальной и достоверной информации о выпускаемых в России и странах СНГ приборах и средствах автоматизации, о новых изделиях, предлагаемых потребителям, а также о действующих нормативных документах и рекомендациях. Журнал публикует материалы о новых методах измерений, сбора и представления измерительной и контрольной информации, новых конструкторских и технологических решениях, новых технологиях и материалах, составляющих основу создания новой конкурентоспособной продукции, осуществляет систематические публикации материалов по созданию и эксплуатации систем автоматизации различного назначения для отраслей промышленности, науки, по информационным технологиям, программно-техническим комплексам. Публикуется информация о профиле и продукции отдельных приборостроительных предприятий, их новых разработках, производственных и технологических возможностях и интересах. Тесные связи нашего Общества и редакции с Международной конфедерацией по измерениям (ИМЕКО) позволяют постоянно знакомить наших читателей с материалами этой весьма авторитетной международной профессиональной организации.

**Журнал зарегистрирован в ВАК РФ как научное издание.**

Журнал выходит 12 раз в год и распространяется по подписке.  
Индекс журнала в каталоге Агентства «Роспечать» – 79727.

В редакции можно оформить льготную подписку на 2015 год.  
Стоимость годовой подписки (12 экз.) – 11400 руб.

Заявки принимаются по тел./факсу: (495) 695-10-71  
или по e-mail: kavalerov@mail.ru.

Более подробная информация о журнале «Приборы» – на сайте: [www.pribory-smi.ru](http://www.pribory-smi.ru).