

В.В. Роженцов, Т.А. Лежнина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫХ КАНАЛОВ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация

В статье описана модель полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы в виде полосового фильтра. Приведены результаты экспериментальных исследований.

Для изучения характеристик зрительной системы широко применяют исследования с помощью решеток с синусоидальным распределением яркости с разной пространственной частотой, под которой понимается число периодов (циклов) распределения яркости на 1 град. поля зрения (цикл/град). В ходе исследований определяется передаточная функция зрительной системы, т. е. зависимость контрастного порога восприятия синусоидальной решетки от ее пространственной частоты [1], [2]. Моделью зрительной системы в этом случае служит полосовой пространственно-частотный фильтр, одним из параметров которого является полоса пропускания.

Вопросы измерения полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы были рассмотрены ранее в [3], [4], где было предложено определять ширину полосы пропускания в герцах путем оценки порога различения частот световых мельканий как минимальной разности ΔF между «верхней» F_B и «нижней» F_H частотами, которая вызывает у испытуемого ощущение их различия.

Цель работы – моделирование полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы.

Моделью полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы может служить идеальный полосовой фильтр (ПФ), представленный на рис. 1.

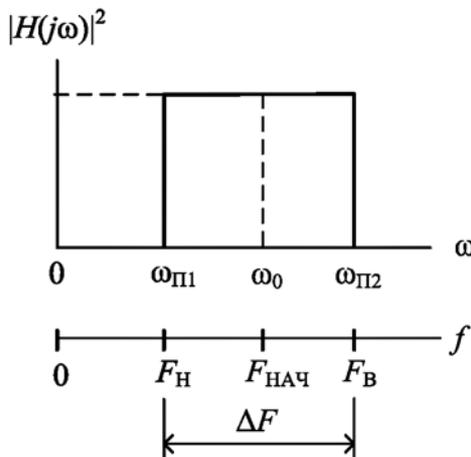


Рис. 1. Модель полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы как идеальный ПФ: ω_0 – средняя геометрическая частота ПФ

Аналитически квадрат амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) такого фильтра имеет вид:

$$|H(j\omega)|^2 = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_{\text{П1}}; \\ 1 & \text{при } \omega_{\text{П1}} < \omega < \omega_{\text{П2}}; \\ 0 & \text{при } \omega \geq \omega_{\text{П2}}, \end{cases}$$

где ω – круговая частота; $\omega_{\text{П1}}$ – нижняя граничная частота полосы пропускания ПФ; $\omega_{\text{П2}}$ – верхняя граничная частота полосы пропускания ПФ.

Данная модель идеального ПФ представляет собой физическую интерпретацию одного измерения полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы или среднеарифметического значения в серии измерений. Для отображения вариабельности экспериментальных данных, получаемых в серии оценок, применима приведенная на рис. 2а кусочно-линейная аппроксимация АЧХ реального ПФ.

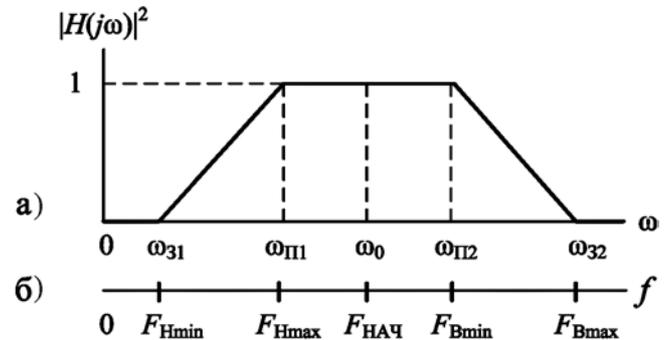


Рис. 2. Модель полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы как ПФ: а) кусочно-линейная аппроксимация АЧХ реального ПФ; б) вариационный ряд значений полосы пропускания по оси циклической частоты

Аналитически квадрат АЧХ фильтра, представленного на рис. 2а, имеет вид

$$|H(j\omega)|^2 = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_{31}; \\ \omega/(\omega_{\text{П1}} - \omega_{31}) - \omega_{31}/(\omega_{\text{П1}} - \omega_{31}) & \text{при } \omega_{31} < \omega < \omega_{\text{П1}}; \\ 1 & \text{при } \omega_{\text{П1}} \leq \omega \leq \omega_{\text{П2}}; \\ \omega_{32}/(\omega_{32} - \omega_{\text{П2}}) - \omega/(\omega_{32} - \omega_{\text{П2}}) & \text{при } \omega_{\text{П2}} < \omega < \omega_{32}; \\ 0 & \text{при } \omega \geq \omega_{32}, \end{cases}$$

где ω_{31} – нижняя граничная частота полосы задерживания фильтра; $\omega_{П1}$ – нижняя граничная частота полосы пропускания фильтра; ω_{32} – верхняя граничная частота полосы задерживания фильтра; $\omega_{П1}$ – верхняя граничная частота полосы пропускания фильтра.

Если представить значения полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы, полученные испытуемым в результате серии измерений, в виде вариационного ряда по оси циклической частоты (рис. 2б), то с точки зрения фильтровой модели наименьшее значение полосы пропускания из этого ряда ΔF_{\min} можно интерпретировать как полосу пропускания ПФ:

$$\Delta F_{\min} = F_{B\min} - F_{H\max},$$

внутри которой две частоты световых мельканий не различаются, а наибольшее значение полосы пропускания ΔF_{\max} – как полосу, включающую в себя полосу пропускания и две симметричные переходные полосы ПФ:

$$\Delta F_{\max} = F_{B\max} - F_{H\min}.$$

Средняя геометрическая частота полосового фильтра ω_0 интерпретируется как начальная частота $F_{НАЧ}$ световых мельканий, относительно которой измеряются значения полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы.

Для аппроксимации АЧХ реального ПФ автограмами были использованы полиномы Баттерворта и Чебышева как имеющие наиболее простые аналитические зависимости. Параметры реального ПФ были определены по известной методике через параметры фильтра нижних частот (ФНЧ).

При использовании полинома Баттерворта функция аппроксимации АЧХ ФНЧ описывается выражениями [5]

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \Omega_{П}^{2n}}; \quad (1)$$

$$A(\Omega) = 10 \lg(1 + \varepsilon^2 \Omega_{П}^{2n}), \quad (2)$$

где $|H(j\Omega)|^2$ – квадрат АЧХ реального фильтра; $\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_{\max}} - 1}$ – коэффициент неравномерности ослабления в полосе пропускания фильтра; A_{\max} – максимальное рабочее ослабление в полосе пропускания; $\Omega_{П} = \omega / \omega_{П}$ – нормированная частота; $\omega_{П}$ – граничная частота полосы пропускания фильтра; $A(\Omega)$ – рабочее ослабление фильтра, дБ; n – порядок фильтра.

При использовании полинома Чебышева n -го порядка функция аппроксимации АЧХ ФНЧ описывается выражениями [5]

$$|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega_{П})}; \quad (3)$$

$$A(\Omega) = 10 \lg[1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega_{П})], \quad (4)$$

где

$$T_n(\Omega) = \begin{cases} \cos(n \arccos \Omega) & \text{при } |\Omega| \leq 1; \\ \operatorname{ch}(n \operatorname{Arch} \Omega) & \text{при } |\Omega| > 1, \end{cases}$$

– полином Чебышева n -го порядка.

Крутизна частотных характеристик, описываемых формулами (1) и (3), определяется порядками фильтров n , вычисляемыми по формулам

$$n_{\text{бат}} \geq \frac{\lg \left(\frac{10^{0,1A_{\min}} - 1}{\varepsilon^2} \right)}{2 \lg \Omega_3}; \quad (5)$$

$$n_{\text{чеб}} \geq \frac{\operatorname{Arch} \sqrt{\frac{10^{0,1A_{\min}} - 1}{\varepsilon^2}}}{\operatorname{Arch} \Omega_3}, \quad (6)$$

где $n_{\text{бат}}$ – порядок фильтра Баттерворта; $n_{\text{чеб}}$ – порядок фильтра Чебышева; A_{\min} – минимальное рабочее ослабление в полосе задерживания; $\Omega_3 = \omega / \omega_3$ – нормированная частота; ω_3 – граничная частота полосы задерживания.

Формулы (1) и (2) для характеристик полиномиального ФНЧ Баттерворта и формулы (3) и (4) для частотных характеристик ФНЧ Чебышева справедливы и для соответствующих полиномиальных ПФ с симметричными характеристиками ослабления, если применить преобразование частоты по известным правилам и произвести подстановку переменных

$$\omega_{\text{ФНЧ}} = \omega_0 \left(\frac{\omega_{\text{ПФ}} - \omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{\text{ПФ}}} \right),$$

где индексы ФНЧ и ПФ соответствуют фильтру нижних частот и полосовому фильтру.

Тогда выражение для нормированной частоты ПФ примет вид

$$\Omega = \frac{\omega_0}{\omega_{П2} - \omega_{П1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right),$$

где $\omega_0 = \sqrt{\omega_{31} \cdot \omega_{32}} = \sqrt{\omega_{П1} \cdot \omega_{П2}}$ – средняя геометрическая частота ПФ; ω_{32} и ω_{31} – соответственно верхняя и нижняя граничные частоты полосы задерживания ПФ; $\omega_{П2}$ и $\omega_{П1}$ – соответственно верхняя и нижняя граничные частоты полосы пропускания ПФ; ω – круговая частота, относящаяся к шкале частот ПФ.

Порядки полиномиальных ПФ Баттерворта и Чебышева вычисляются по формулам (5) и (6), в которых нормированная частота Ω_3 ПФ вычисляется по формуле [5]:

$$\Omega_3 = \frac{\omega_{32} - \omega_{31}}{\omega_{П2} - \omega_{П1}}.$$

Порядок фильтра n является количественной оценкой вариационного размаха значений полосы пропускания пространственно-частотного канала зрительной системы конкретного испытуемого в данный момент времени.

Результаты моделирования подтверждены экспериментальными данными, полученными при обследовании 15 предварительно обученных испытуемых в возрасте от 18 до 23 лет с нормальным или скорректированным зрением, которые выполнили серии из 13 измерений полосы пропускания про-

пространственно-частотного канала зрительной системы (ПППЧК) на начальных частотах 5, 10, 15 Гц. Первые 3 результата каждой серии в соответствии с рекомендациями [6] из анализа и обработки исключались.

Измерения выполнялись бинокулярно в помещении, оборудованном в соответствии с требованиями СНиП 23-05-95 [7], в первой половине дня с 9 до 12 ч. Излучателем служил светодиод желтого цвета диаметром 5 мм с силой света 3 мкд, размещаемый в районе ближней точки ясного видения. Формирование предъявляемых частот световых мельканий, их изменение и измерение ПППЧК выполнялись с использованием ПЭВМ «Pentium III».

На основе экспериментальных данных для каждого испытуемого построены АЧХ фильтров, моделирующих ПППЧК, и вычислены порядки фильтров Баттерворта и Чебышева.

Для проверки приближения полиномиальных кривых к кусочно-линейной характеристике на участке спада АЧХ от 1 до 0 были рассчитаны оценки точности δ^2 в конечном числе точек F_1, \dots, F_k как наименьшие суммы квадратов отклонений по формуле [8]:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^k [H_A(F_i) - H_{\text{КЛ}}(F_i)]^2,$$

где $H_A(F_i)$ – значение аппроксимирующей АЧХ в точке F_i ; $H_{\text{КЛ}}(F_i)$ – значение кусочно-линейной АЧХ в точке F_i .

В соответствии с рекомендациями [9] для сравнения оценок точности аппроксимации полиномом Баттерворта и полиномом Чебышева по группе испытуемых были вычислены значения медиан оценок точности δ^2 для обеих аппроксимирующих функций. Результаты вычислений в виде диаграммы приведены на рис. 3.

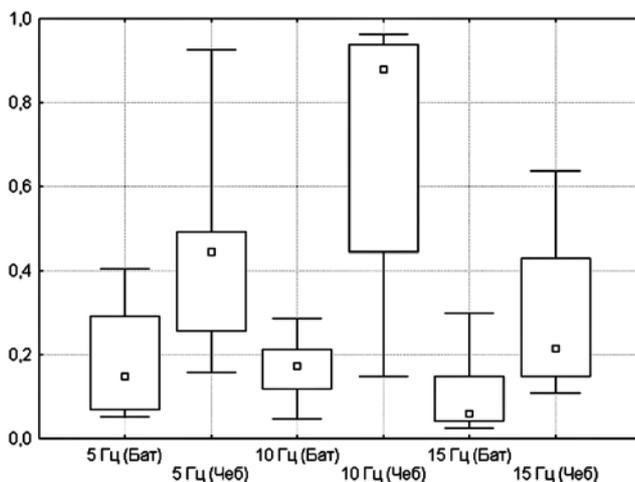


Рис. 3. Сравнение оценок точности аппроксимации полиномами Баттерворта и Чебышева: по оси абсцисс – начальные частоты, Гц; по оси ординат – значения медиан оценок точности аппроксимации полиномами Баттерворта и Чебышева с указанием нижнего 25 % и верхнего 75 % квартилей, минимального и максимального значений

Анализ результатов расчета оценок точности аппроксимации участка спада АЧХ фильтра показал, что аппроксимация реализуется точнее с использованием полинома Баттерворта.

Таким образом, в предложенной модели полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы как полосового фильтра порядок фильтра является количественной оценкой вариационного размаха значений полосы пропускания конкретного испытуемого в конкретный момент времени. По результатам экспериментальных исследований точность аппроксимации линейного участка спада амплитудно-частотной характеристики фильтра при использовании полинома Баттерворта выше, чем при использовании полинома Чебышева.

Список литературы:

1. Глезер В.Д. Зрение и мышление. Изд. 2-е, испр. и доп. – СПб.: Наука, 1993. 284 с.
2. Шелетин Ю.Е., Колесникова Л.Н., Левкович Ю.И. Визоконтрастометрия: измерение пространственных передаточных функций зрительной системы. – Л.: Наука, 1985. 103 с.
3. Роженцов В.В. Измерение полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы // Медицинская техника. 2009. № 3 (255). С. 33-35.
4. Роженцов В.В. Способ измерения полосы пропускания пространственно-частотных каналов зрительной системы // Медицинская техника. 2011. № 1 (255). С. 27-29.
5. Современная теория фильтров и их проектирование. Пер. с англ. / Под ред. Г. Темеша, С. Митра. – М.: Мир, 1977. 560 с.
6. Пейсахов Н.М., Кашин А.П., Баранов Г.Г. и др. Методы и портативная аппаратура для исследования индивидуально-психологических различий человека / Под ред. В.М. Шадрина. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1976. 238 с.
7. СНиП 23-05-95 Естественное и искусственное освещение. Строительные нормы и правила Российской Федерации.
8. Белецкий А.Ф. Основы теории линейных электрических цепей. – М.: Связь, 1967. 608 с.
9. Платонов А.Е. Статистический анализ в медицине и биологии: задачи, терминология, логика, компьютерные методы. – М.: Изд-во РАМН, 2000. 52 с.

Валерий Витальевич Роженцов,
д-р техн. наук, профессор,
Татьяна Александровна Лежнина,
канд. техн. наук, доцент,
кафедра проектирования и производства
электронно-вычислительных средств,
Марийский государственный
технический университет,
г. Йошкар-Ола,
e-mail: VRozhentsov@mail.ru