

## Исследование влияния рассеяния на точность реконструкции в однофотонной эмиссионной вычислительной томографии в пропорциональной рассеивающей среде

### Аннотация

В настоящее время существует единственный пример рассеивающей среды, для которой можно точно учесть влияние рассеяния излучения, – пропорциональная рассеивающая среда. Проведено численное моделирование однофотонной эмиссионной вычислительной томографии в пропорциональной рассеивающей среде для простого объекта (эллипс) и сложного объекта (фантом Шеппа-Логана). Исследовано влияние рассеяния на точность реконструкции в зависимости от размеров объекта и коэффициента пропорциональности рассеивающей среды. Приближение пропорционально рассеивающей среды позволяет существенно улучшить точность реконструкции томограмм по сравнению с традиционными аналитическими методами реконструкции в эмиссионной томографии.

### Введение

Однофотонная эмиссионная компьютерная (вычислительная) томография (ОФЭКТ) является эффективным методом функциональной диагностики в медицине. Основными областями применения в медицине являются нейровизуализация, онкология и кардиология. Целью ОФЭКТ является визуализация пространственного распределения радионуклидов на основе регистрации излучения, выходящего из пациента. При этом распределение радионуклида формируется введенным в объект радиофармпрепаратом [1].

На результаты измерений в ОФЭКТ влияет множество различных факторов, таких как рассеяние излучения [2], [3], поглощение [4], [5], артефакты [6], различные шумы [7], движение пациента [8], [9] и др. [10], [11]. Наиболее важными из этих факторов являются поглощение и рассеяние излучения.

Для учета влияния поглощения в аналитических методах реконструкции изображения было разработано обратное экспоненциальное преобразование Радона [12]. В то же время учет влияния рассеяния излучения оказался значительно более сложной задачей, для которой не получено решение, подобное обратному экспоненциальному преобразованию Радона.

Изначально считали, что влиянием рассеяния можно пренебречь, так как оно незначительно. Однако после проведения численного моделирования методом Монте-Карло выяснилось, что из общего количества зарегистрированных гамма-квантов более 30 % испытали рассеяние [13]. После этого проблема учета влияния рассеяния привлекла внимание многих исследователей.

Существуют различные подходы к частичной коррекции рассеяния, которые можно разделить на две группы: уменьшение влияния рассеяния с помощью конструктивных изменений в томографах и разработка методов коррекции рассеяния в процессе реконструкции. Тем не менее, ни один из этих методов не позволяет полностью скорректировать влияние рассеяния [14], [15].

В настоящее время существует единственный пример рассеивающей среды, для которой можно точно учесть влияние рассеяния в общем случае для произвольного пространственного распределения источников излучения и правильных граничных условий. Это так называемая пропорциональная рассеивающая среда (ПРС) [16]-[18].

В настоящей статье будет рассмотрено численное моделирование однофотонной эмиссионной вычислительной томографии в пропорциональной рассеивающей среде для простого объекта типа эллипс и сложного объекта типа фантома Шеппа-Логана. Также будет исследовано влияние рассеяния на точность реконструкции в зависимости от размеров объекта и коэффициента пропорциональности рассеивающей среды.

### Материалы и методы

Для описания взаимодействия излучения со средой используют интегро-дифференциальное уравнение переноса излучения (УПИ) [16-19]:

$$\Omega \operatorname{grad} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \mu(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \iint_{4\pi} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}') \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) d\Omega' = S(\vec{r}, \vec{\Omega}), \quad (1)$$

где  $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega})$  – плотность потока частиц в точке  $\vec{r}$ , движущихся в направлении  $\vec{\Omega}$ ;

$$\mu(\vec{r}) = \mu_a(\vec{r}) + \iint_{4\pi} \mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}') d\vec{\Omega}'$$

– коэффициент экстинкции (ослабления);  $\mu_a(\vec{r})$  – коэффициент поглощения излучения;  $\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}')$  – дифференциальный по углам коэффициент рассеяния излучения (индикатриса рассеяния);  $S(\vec{r}, \vec{\Omega})$  – пространственное распределение источников излучения. Физические характеристики среды входят в УПИ в виде коэффициента поглощения и индикатрисы рассеяния. В эмиссионной томографии считают, что источники являются изотропными, т. е.  $S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = S(\vec{r})$ .

В таком виде УПИ не имеет аналитического решения в общем случае. Причем основные трудности связаны с рассеивающими свойствами среды. Поэтому используют различные предположения, упрощающие УПИ.

Так, постулируя отсутствие рассеяния в среде (равенство индикатрисы рассеяния нулю), можно получить точное аналитическое решение УПИ в общем случае, а затем связь показаний детектора с пространственным распределением источников излучения в каждой плоскости сечения в виде экспоненциального преобразования Радона. Это приближение называют приближением чисто поглощающей среды (ЧПС). Частично влияние рассеяния учитывают, заменяя коэффициент поглощения в экспоненциальном преобразовании Радона на коэффициент ослабления. Это позволяет учесть уменьшение количества частиц на детекторе за счет рассеяния на линии проецирования, но не позволяет учесть увеличение этого количества за счет регистрации рассеянных частиц после многократного рассеяния.

В настоящее время существует единственный пример рассеивающей среды, для которой все-таки можно точно решить УПИ (1) в общем случае для произвольного пространственного распределения источников излучения и правильных граничных условий. Это так называемая пропорциональная рассеивающая среда (ПРС) [16]-[18]. ПРС соответствует индикатрисе рассеяния в виде

$$\mu_s(\vec{r}, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \alpha \mu_a(\vec{r}) \delta_2(-\vec{\Omega}' \vec{\Omega}), \quad (2)$$

где  $\delta_2(\bullet)$  – поверхностная дельта-функция (двумерная дельта-функция на поверхности единичной сферы [16]);  $\alpha$  – коэффициент, не зависящий от координат. Можно также ввести коэффициент  $\beta$

$$\alpha \mu_a(\vec{r}) = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \mu(\vec{r}) = \beta \mu(\vec{r}), \quad (3)$$

где  $\beta = \alpha / (1 + \alpha)$ .

Исходя из этого предположения, интегро-дифференциальное уравнение переноса излучения становится значительно более простым дифференциальным уравнением в частных производных:

$$\vec{\Omega} \text{grad} \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \mu(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}) - \beta \mu(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, -\vec{\Omega}) = S(\vec{r}). \quad (4)$$

Для этого уравнения переноса излучения существует точное аналитическое решение с правильными граничными условиями для произвольного распределения источников излучения и произвольного распределения коэффициента ослабления излучения [19], [20]. Точное аналитическое решение, в свою очередь, позволяет точно решить обратную томографическую задачу для однородного распределения коэффициента ослабления и восстановить пространственное распределение источников излучения посредством предобработки измеренных данных и использования обратного экспоненциального преобразования Радона с параметром  $\sqrt{1-\beta^2}\mu$ .

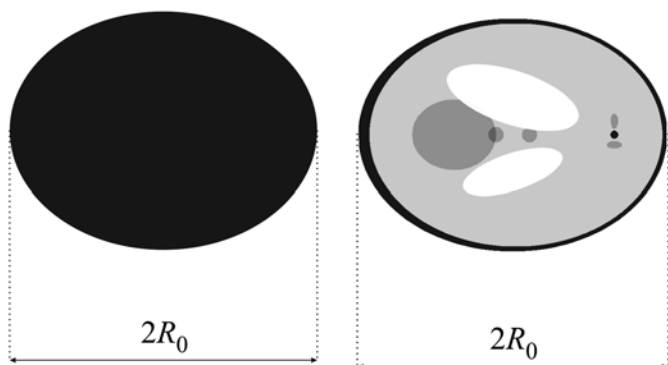


Рис. 1. Исследуемые объекты: эллипс (а) и фантом Шеппа-Логана (б);  $R_0$  – радиус окружности, в которую вписан исследуемый объект (габариты объекта)

Особый интерес представляет собой исследование влияния рассеяния на реконструкцию изображений в ОФЭКТ в приближении пропорциональной рассеивающей среды. Для этого была разработана программа моделирования, позволяющая исследовать влияние рассеяния на примере простого объекта типа эллипс (рис. 1а) и более сложного объекта типа фантома Шеппа-Логана (рис. 1б).

В качестве критерия точности реконструкции томограммы было выбрано среднеквадратичное отклонение  $D$ :

$$D = \sqrt{\frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} (s_{ij} - \tilde{s}_{ij})^2}, \quad (5)$$

где  $s_{ij}$  – дискретная версия исходного пространственного распределения  $s(x_i, y_j)$  источников излучения в точке  $(x_i, y_j)$ ;  $\tilde{s}_{ij}$  – дискретная версия реконструированного пространственного распределения  $\tilde{s}(x_i, y_j)$  источников излучения в точке  $(x_i, y_j)$ ;  $N_x$  – количество дискретных элементов изображения по оси  $x$ ;  $N_y$  – количество дискретных элементов изображения по оси  $y$ .

## Результаты

В численном моделировании была использована геометрическая схема измерений с параллельными проекциями. Параметры измерений выбирались максимально близкими к параметрам реальных томографов. Рабочее поле составляло  $800 \times 800$  мм, а изображение было дискретизировано на  $256 \times 256$  пикселей. В качестве аподизирующей функции на этапе обратного проецирования был использован фильтр Ханна [1].

Было исследовано влияние рассеяния на точность реконструкции в зависимости от размеров объекта. При этом параметр  $R_0$  (рис. 1) изменялся от 100 до 300 мм с шагом 20 мм. Полученные зависимости представлены на рис. 2. Хорошо видно преимущество приближения ПРС по сравнению с приближением ЧПС.

Также было исследовано влияние рассеяния на точность реконструкции в зависимости от коэффициента пропорциональности. При этом значения  $\beta$  менялись в интервале от 0,2 до 0,8 с шагом 0,006 при постоянном значении  $\mu_a = 0,003 \text{ мм}^{-1}$ .

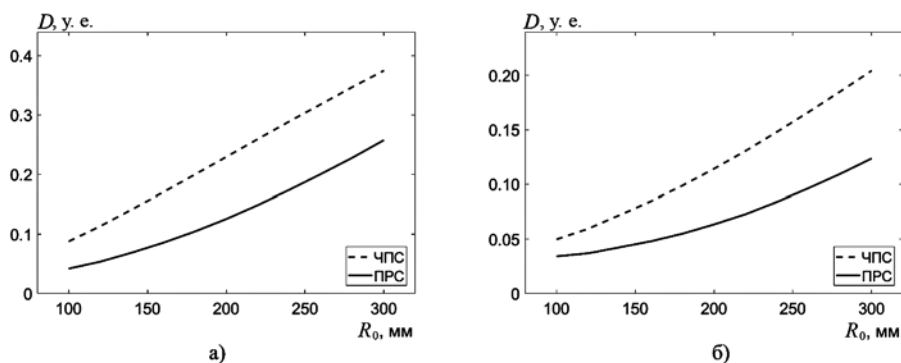


Рис. 2. Зависимость среднеквадратичного отклонения  $D$  от габаритов  $R_0$  исследуемого объекта для эллипса (а) и фантома Шеппа-Логана (б) при реконструкции в приближении ЧПС (пунктирная линия) и в приближении ПРС (сплошная линия)

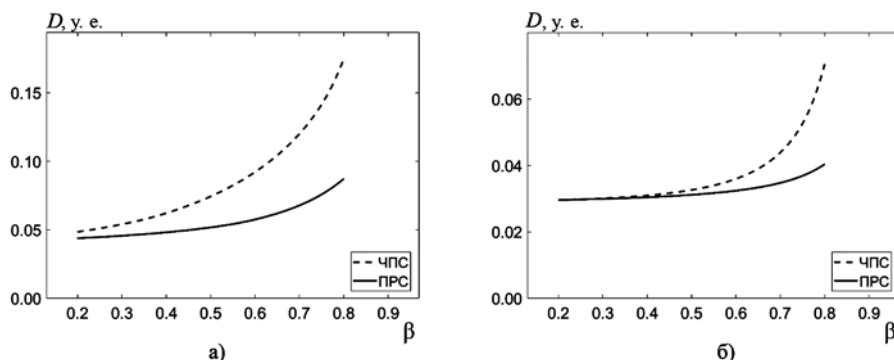


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичного отклонения  $D$  от коэффициента пропорциональности  $\beta$  для эллипса (а) и фантома Шеппа-Логана (б) при реконструкции в приближении ЧПС (пунктирная линия) и в приближении ПРС (сплошная линия)

Полученные зависимости представлены на рис. 3. Так же, как и на рис. 2, видно существенное преимущество приближения ПРС по сравнению с приближением ЧПС.

На рис. 4 показаны результаты реконструкции объектов обоих типов в приближении ЧПС и в приближении ПРС при  $\mu_a = 0,003$  и  $\mu_s = 0,012$ . Преимущество приближения ПРС обеспечивается как за счет уменьшения вклада артефактов вне объекта, так и за счет лучшей реконструкции внутри объекта, что хорошо видно по меньшему размытию границ между областями с существенно разным распределением источников излучения.

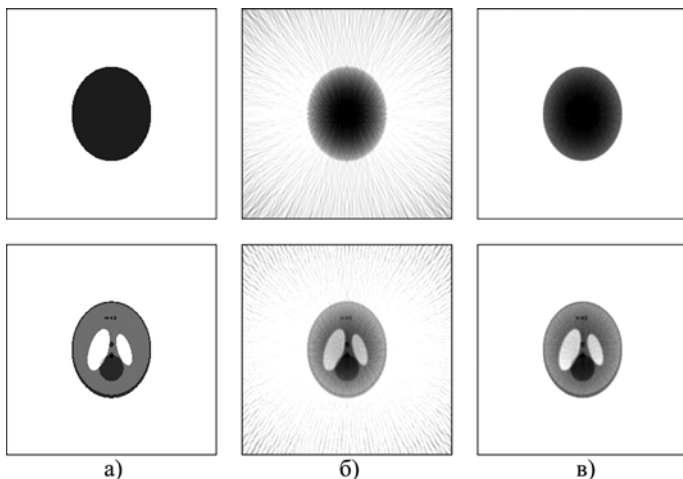


Рис. 4. Фантом типа эллипс (верхний ряд) и фантом Шеппа-Логана (нижний ряд): исходные объекты (а), реконструкция в приближении чисто поглощающей среды (б) и в приближении пропорциональной рассеивающей среды (в)

#### Заключение

В настоящее время существует единственный пример рассеивающей среды, для которой можно точно учесть влияние рассеяния излучения – пропорциональная рассеивающая среда. Разработанная программа численного моделирования ОФЭКТ позволяет для одних и тех же объектов осуществить реконструкцию как в приближении чисто поглощающей среды, так и в приближении пропорциональной рассеивающей среды. Было исследовано влияние рассеяния на качество томограмм для двух объектов: простого объекта типа эллипс и более сложного объекта типа фантома Шеппа-Логана. Установлено, что влияние рассеяния увеличивается с увеличением размеров объекта и увеличением коэффициента пропорциональности рассеивающей среды. Во всех случаях приближение пропорциональной рассеивающей среды показало существенное преимущество по качеству реконструкции томограмм над приближением чисто поглощающей среды. Полученные результаты могут быть использованы для улучшения программного обеспечения существующих эмиссионных томографов, а также при разработке новых типов эмиссионных томографов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.584.21.0021, идентификатор RFMEFI58417X0021).*

#### Список литературы:

1. Emission Tomography: The Fundamentals of PET and SPECT / Ed. by M.N. Wernick, J.N. Aarsvold. – San Diego, CA: Elsevier Academic Press, 2004.
2. Yang F., Zhang D., Huang K., Shi W., Wang X. Scattering Estimation for Cone-Beam CT Using Local Measurement Based on Compressed Sensing // IEEE Transactions on Nuclear Science. 2018. Vol. 65 (3). PP. 941-949.
3. Zhao C., Chen X., Ouyang L., Wang J., Jin M. Robust moving-blocker scatter correction for cone-beam computed tomography using multiple-view information // PLoS ONE. 2017. Vol. 12 (12). PP. e0189620-1-e0189620-19.

4. Chi Y., Du Z., Huang W., Tang C. Energy-angle correlation correction algorithm for monochromatic computed tomography based on Thomson scattering X-ray source // Journal of Applied Physics. 2017. Vol. 122. PP. 234903-1-234903-8.
5. Berker Y., Karp J.S., Schulz V. Numerical Algorithms for Scatter-to-Attenuation Reconstruction in PET: Empirical Comparison of Convergence, Acceleration, and the Effect of Subsets // IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences. 2017. Vol. 2 (2). PP. 426-434.
6. Altunbas C., Lai C.J., Zhong Y., Shaw C.C. Reduction of ring artifacts in CBCT: Detection and correction of pixel gain variations in flat panel detectors // Med. Phys. 2014. Vol. 41 (9). PP. 091913-1-091913-13.
7. Chan C., Liu H., Grobshstein Y., Stacy M.R., Simusas A.J., Liu C. Noise suppressed partial volume correction for cardiac SPECT/CT // Med. Phys. 2016. Vol. 43 (9). PP. 5225-5239.
8. Jang S., Kim S., Kim M., Ra J.B. Head Motion Correction Based on Filtered Backprojection for X-ray CT Imaging // Medical Physics. 2017. Vol. 45 (2). PP. 589-604.
9. Klyuzhin I.S., Sossi V. PET Image Reconstruction and Deformable Motion Correction Using Unorganized Point Clouds // IEEE Transactions on Medical Imaging. 2017. Vol. 36 (6). PP. 1263-1275.
10. D'Acunto M., Benassi A., Moroni D., Salvetti O. 3D image reconstruction using Radon transform // Signal, Image and Video Processing. 2016. Vol. 10 (1). PP. 1-8.
11. Bruder H., Raupach R., Sunnegardh J., Allmendinger T., Klotz E., Stierstorfer K., Flohr T. Novel iterative reconstruction method with optimal dose usage for partially redundant CT-acquisition // Phys. Med. Biol. 2015. Vol. 60 (21). PP. 8567-8582.
12. Treliak O., Metz C. The exponential Radon transform // SIAM J. of Appl. Mathematics. 1980. Vol. 39. № 2. PP. 341-354.
13. Hutton B.F., Buvat I., Beekman F.J. Review and current status of SPECT scatter correction // Physics in Medicine & Biology. 2011. Vol. 56. № 14. PP. R85-R112.
14. Inui Y., Ichihara T., Uno M., Ishiguro M., Ito K., Kato K., Sakuma H., Okazawa H., Toyama H. CT-based attenuation correction and resolution compensation for I-123 IMP brain SPECT normal database: A multicenter phantom study // Annals of Nuclear Medicine. 2018. Vol. 32. № 5. PP. 311-318.
15. Wu J., Liu C. Recent advances in cardiac SPECT instrumentation and imaging methods // Physics in Medicine and Biology. 2019. Vol. 64 (6). PP. 661-673.
16. Case K.M., Zweifel P.F. Linear Transport Theory. – London: Addison-Wesley, 1967. 360 p.
17. Кольчужкин А.М., Учайкин В.В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. – М.: Атомиздат, 1978. 256 с.
18. Ishimaru A. Wave Propagation and Scattering in Random Media. – NY.: Academic Press, 1978. Vol. 1. 268 p.; Vol. 2. 304 p.
19. Терещенко С.А. Методы вычислительной томографии. – М.: Физматлит, 2004. 320 с.
20. Терещенко С.А. Трансмиссионная томография пропорциональных рассеивающих сред // Журнал технической физики. 2008. Т. 78. Вып. 5. С. 69-75.

Сергей Андреевич Терещенко,  
д-р физ.-мат. наук, профессор,  
Александр Юрьевич Лысенко,  
аспирант,  
Институт биомедицинских систем,  
Национальный исследовательский  
университет «МИЭТ»,  
г. Зеленоград, г. Москва,  
e-mail: tsa@miee.ru